

基于胎面侧向振动的轮胎多边形磨损机理分析

李 勇,左曙光,雷 镭,杨宪武

(同济大学 汽车学院,上海 201804)

摘要: 考虑轮胎接地摩擦的非线性特性,采用动态 LuGre 摩擦模型,建立基于胎面侧向振动的轮胎多边形动力学模型,并对系统的稳定性进行了分析,指出轮胎的自激振动是一种由系统 Hopf 分岔引起的稳定周期振动现象.研究表明轮胎多边形磨损是一种典型的非线性自激振动现象,其发生与胎面的侧向振动有关,轮胎多边形磨损的边数近似等于胎面的侧向振动频率与车轮转动频率之比,并通过仿真得到了能够引起胎面自激振动的车速和轮胎前束角范围.结果表明所建模型能够很好地解释轮胎多边形磨损的形成机理,为减小或消除轮胎的自激振动提供了理论依据.

关键词: 多边形磨损; LuGre 摩擦模型; 自激振动; 分岔; 稳定性

中图分类号: U 463.341.4

文献标识码: A

Analysis on Polygonal Wear of Automotive Tire Based on Lateral Vibration of Tire Tread

LI Yong, ZUO Shuguang, LEI Lei, YANG Xianwu

(School of Automobile Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The nonlinear characteristic of tire's grounding friction being considered, a dynamic model of the polygonal wear of tire is established by using dynamical LuGre friction model based on the lateral vibration of tire tread. Then the stability of the system is analyzed, and the self-excited vibration of the tire is proved to be a kind of stable periodic vibration caused by Hopf bifurcation of system. The results show that the polygonal wear of tire is a typical nonlinear self-excitation vibration phenomenon which is related to lateral vibration of tire tread and the polygonal number is equivalent to the ratio of the lateral vibration frequency of tire tread to the rotational frequency of tire. The ranges of speed and toe-in-angle which can motivate self-excited vibration are given

through simulation. The results show that the model can interpret the formation mechanism of the polygonal wear, and provide a theoretic foundation to reduce or eliminate the tire's self-excited vibration.

Key words: polygonal wear; LuGre friction model; self-excited vibration; bifurcation; stability

随着我国高速公路的普及,汽车行驶在高速公路上的时间越来越长,随之而来的自激多边形磨损现象越来越多.这种磨损可导致轮胎提前报废,造成爆胎等严重威胁行驶安全的事故,严重影响到产品和企业的形象.

近年来,国内外关于轮胎磨损机理的研究有了大量的报道^[1-4],各国学者通过研究轮胎与路面之间相互作用的微观和宏观机理,试图解释轮胎磨损的各种形式,但目前尚无成熟的理论方法.日本 Atsuo Sueoka^[5]研究小组将轮胎多边形磨损归纳为滚动接触系统,利用自激励振动理论解释轮胎多边形磨损的机理,指出轮胎的固有频率近似等于多边形磨损的边数和车轮转动频率的乘积,较成功地解释了多边形磨损的现象,但模型中没有考虑前束角等参数的影响,不能合理地应用到汽车轮胎磨损研究中.基于这样的背景,本文从轮胎与路面之间相互作用的机理出发,采用动态 LuGre 摩擦模型,建立基于胎面侧向振动的轮胎多边形自激振动模型,并探讨车速和轮胎定位参数(前束角)对系统动力学行为的影响.

1 数学模型

轮胎磨损是一个长期复杂的过程,为了便于分

收稿日期: 2009-09-14

基金项目: 国家自然科学基金(50575163,50775162)

第一作者: 李 勇(1983—),男,博士生,主要研究方向为汽车振动与噪声控制. E-mail: 8liyong@tongji.edu.cn

通讯作者: 左曙光(1968—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为汽车系统动力学、汽车振动与噪声控制.

E-mail: sgzuo@tongji.edu.cn

析,假设轮胎与路面之间只有两种类型的磨损,一种是轮胎与路面之间的正常磨损,即周向均匀磨损;另一种是由于胎面扰动而造成的周向不均匀磨损.当胎面发生侧向振动时,胎面在均匀磨损的同时还存在扰动磨损,此时胎面的磨损为均匀磨损和扰动磨损的叠加,导致轮胎磨损的周向不均匀,即可能产生轮胎多边形磨损现象.因此,轮胎的多边形磨损的产生与胎面的侧向振动有关.根据文献[5],可以认为多边形磨损的边数近似等于胎面的侧向振动频率与车轮转动频率之比.为了分析轮胎的侧向振动,首先将接地胎面离散化,简化为若干集中质量体,取其中任一质量块作为研究对象,其与整个轮胎的连接方式如图1所示,图中 K_s 和 C_s 分别为胎面的侧向刚度和侧向阻尼, m 为胎面质量.

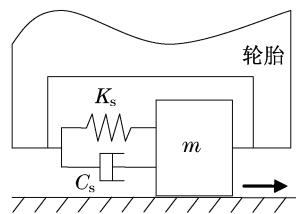


图1 胎面-路面自激振动理论模型

Fig.1 Theoretical model of self-excited vibration for tread-pavement

在汽车前进过程中,由于前束角的存在,轮胎在侧向方向上会获得一定的速度输入.设前束角为 θ ,将汽车前进速度 v 分解到侧向上,则得到轮胎在侧向上相对于地面的线速度 v_b 为

$$v_b = v \sin \theta$$

在模型中,胎面振动能量的输入来源于胎面与地面之间持续不断的摩擦力作用,即两者之间的相对速度变化是激励源.为了便于分析,将轮胎与地面间的平动 v_b 简化为皮带轮的转动.简化后的模型如图2所示.

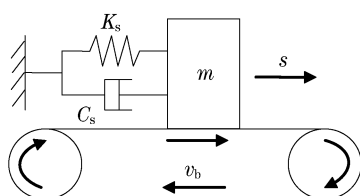


图2 胎面摩擦振动模型

Fig.2 Friction vibration model of tread

设胎面质量块 m 在皮带上相对于初始位置(即弹簧及阻尼器不受力时的位置)的位移为 s ,质量块 m 与皮带间的相对速度 v_r 为

$$v_r = \dot{s} - v_b$$

根据牛顿-欧拉运动学方程,可以列出胎面质量块 m 侧向振动的动力学方程如下:

$$m\ddot{s} + C_s \dot{s} + K_s s + F_y(v_r) = 0 \quad (1)$$

式中: $F_y(v_r)$ 为胎面所受的侧向力,是由轮胎接触处摩擦力引起的.

在胎面-路面模型中,摩擦特性的描述一直是轮胎力学建模的重点和难点,它直接关系到模型的精度.在计算胎面所受的侧向力时,本文采用由Canudas de Wit Carlos等提出的摩擦模型——LuGre摩擦模型[6].

如图3所示,LuGre摩擦模型假设组成干摩擦副的两物体间有无数的刷毛,并将这些刷毛看作是弹簧,摩擦力则产生于这些弹簧的弹性变形.当两物体间有相对速度时,这些刷毛最初会表现出弹簧的性质,出现弹性变形而产生静摩擦力,而后随着弹性变形的不断增大,在某一瞬间刷毛将会相对接触面产生滑移,即产生动摩擦力.模型的表达式如下[6]:

$$\begin{cases} F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v_r \\ \frac{dz}{dt} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{G(v_r)} z \\ G(v_r) = F_s + (F_m - F_s) e^{-|v_r/v_s|^\phi} \end{cases} \quad (2)$$

式中: F 为摩擦力; $\sigma_0 = K_s$ 为刷毛刚度系数; σ_1 为刷毛阻尼系数; σ_2 为相对黏滞阻尼系数; z 为刷毛的弹性变形量; v_r 为接触面的相对速度; F_s 为滑动摩擦力; F_m 为最大静摩擦力; v_s 为稳态摩擦特性中的Stribeck速度; ϕ 为稳态摩擦特性中的Stribeck指数.

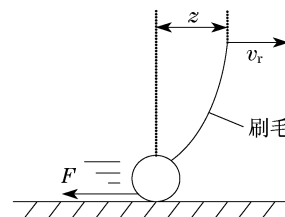


图3 LuGre摩擦模型

Fig.3 LuGre friction model

综合以上分析,并忽略轮胎与地面间的相对黏滞,即 $\sigma_2 = 0$,则可得到系统的振动微分方程

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{F_s + (F_m - F_s) e^{-|v_r/v_s|^\phi}} z \\ m\ddot{s} + C_s \dot{s} + K_s s + \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $v_r = \dot{s} - v \sin \theta$.

对式(3)进行量纲一变化,令

$$T = 100 \sqrt{\frac{m}{K_s}}, \tau = \frac{t}{T}, x = \frac{z}{L_0}, y = \frac{s}{L_0}, \beta = \frac{v}{100 v_s}$$

其中 L_0 为单位长度.

化简后得到的量纲一方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{y} - a_1 \beta \sin \theta - a_2 \frac{|\dot{y} - a_1 \beta \sin \theta|}{[1 + a_3 e^{-f_1}]} x \\ \ddot{y} + a_4 \dot{y} + 10\,000 y + 10\,000 x + a_4 \dot{x} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $f_1 = |a_5(\dot{y} - a_1 \beta \sin \theta)|^\phi$; $a_1 = \frac{100 T v_s}{L_0}$;

$$a_2 = \frac{\sigma_0 L_0}{F_s}; a_3 = \frac{F_m - F_s}{F_s}; a_4 = \frac{C_s T}{m}; a_5 = \frac{L_0}{T v_s}.$$

将式(4)化为一阶微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 - a_1 \beta \sin \theta - a_2 \frac{|x_3 - a_1 \beta \sin \theta|}{1 + a_3 e^{-g_1}} x_1 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -a_4 x_3 - 10\,000 x_2 - 10\,000 x_1 - \\ a_4 \left(x_3 - a_1 \beta \sin \theta - a_2 \frac{|x_3 - a_1 \beta \sin \theta|}{1 + a_3 e^{-g_1}} x_1 \right) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $g_1 = |(a_5(x_3 - a_1 \beta \sin \theta))|^\phi$.

该方程刻画了轮胎侧向运动的演化过程,其解对应系统某种状态,如平衡点对应运动的稳定状态;而周期解表示系统偏离原来的运动状态,按照一定的频率周期性变化,即产生自激振动,此时胎面受到的磨损将为均匀磨损和扰动磨损的叠加,可能产生轮胎多边形磨损现象.由此可见系统的状态将决定轮胎磨损状况,因此有必要分析系统的稳定性.

2 系统稳定性分析

在工程实际中常需要判断系统的某种稳态运动是否稳定,即当状态变量受到微小的扰动后,其受扰动规律是否仍接近未扰运动规律.由于未扰运动与扰动方程的零解等价,上述稳定性问题转化为方程的零解稳定性问题.为了便于分析,取 $\phi = 2.0$.

由 $\frac{dx_1}{d\tau} = 0, \frac{dx_2}{d\tau} = 0, \frac{dx_3}{d\tau} = 0$ 得到式(5)的平衡

点,可表示为

$$x_{10} = - \frac{a_1 \beta \sin \theta (e^{|a_5 a_1 \beta \sin \theta|^2} + a_3)}{a_2 |a_1 \beta \sin \theta| e^{|a_5 a_1 \beta \sin \theta|^2}}$$

$$x_{20} = \frac{a_1 \beta \sin \theta (e^{|a_5 a_1 \beta \sin \theta|^2} + a_3)}{a_2 |a_1 \beta \sin \theta| e^{|a_5 a_1 \beta \sin \theta|^2}}$$

$$x_{30} = 0$$

式(5)平衡点的稳定性由以下特征方程决定:

$$A_0 \lambda^3 + A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3 = 0$$

对应于不同的参数条件,方程(5)中的系数 A_0, A_1, A_2, A_3 可能得到两种不同的表达式,统一表示为

$$A_0 = \frac{(a_3^2 e^{-K})^2 + 2a_3 e^{-K} + 1}{(1 + a_3 e^{-K})^2}$$

$$A_1 = [a_4 + 2a_3 a_4 e^{-K} + a_3 a_4 (2a_3 - 1)(e^{-K})^2 + (Q - 2a_3 a_4 K e^{-K})(1 + a_3 e^{-K})] / (1 + a_3 e^{-K})^2$$

$$A_2 = [20\,000 a_3 e^{-K} + 10\,000 (a_3 e^{-K})^2 + (1 + a_3 e^{-K})(Q a_4 - 20\,000 a_3 K e^{-K}) + 10\,000] / (1 + a_3 e^{-K})^2$$

$$A_3 = \frac{10\,000 Q a_3 e^{-K} + 10\,000 Q}{(1 + a_3 e^{-K})^2}$$

其中: $K = a_5^2 a_1^2 \beta^2 (\sin \theta)^2$. Q 的取值决定于 x_3 和 $a_1 \beta \sin \theta$ 之间的关系,当 $x_3 \geq a_1 \beta \sin \theta$ 时, $Q = -a_1 a_2 \beta \sin \theta$; 当 $x_3 < a_1 \beta \sin \theta$ 时, $Q = a_1 a_2 \beta \sin \theta$.

由 Routh-Hurwitz 准则,当 $A_0 > 0, A_1 > 0, A_3 > 0, A_1 A_2 - A_0 A_3 > 0$ 时,所有的特征值 λ 均具有负实部,其定常解稳定.

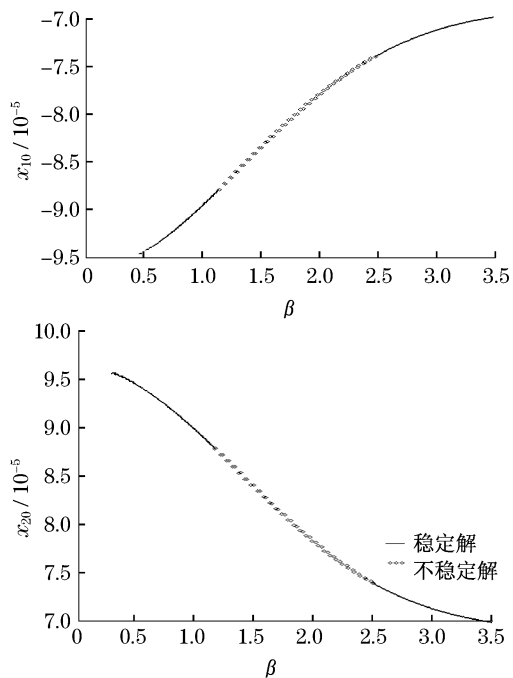
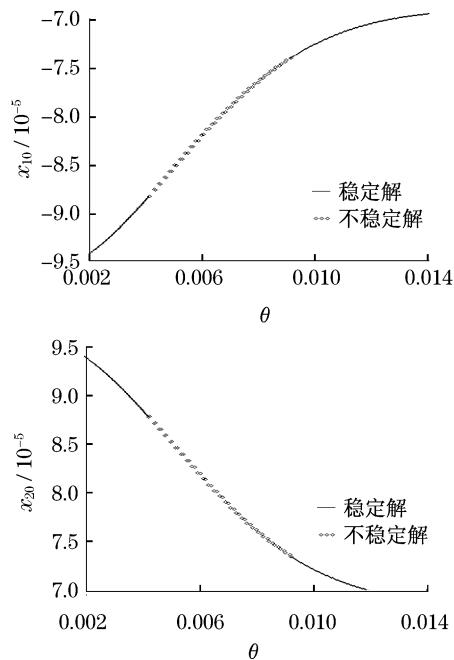
当 $A_3 = 0, A_0 > 0, A_1 > 0, A_1 A_2 - A_0 A_3 > 0$ 时,具有一简单零特征值,平衡点将可能产生简单分岔.

当 $A_1 A_2 - A_0 A_3 = 0, A_0 > 0, A_3 > 0$ 时,将具有一对纯虚特征值,平衡点可能产生 Hopf 分岔而失稳.

由式(5)可以得到以上两种形式的分岔集.这两种分岔集将参数空间划分为不同的区域,当参数穿越这两种分岔集时,系统的动力学行为可能产生定性变化.由于式(5)比较复杂,这里只给出系统平衡点的稳定性随参数变化的趋势.设定参数为: $m = 0.3 \text{ kg}, K_s = \sigma_0 = 7.26 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, C_s = \sigma_1 = 10 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}, v_s = 0.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, F_m = 70 \text{ N}, F_s = 50 \text{ N}$.

图4,5分别给出了 $\theta = 0.3^\circ$ 时平衡点 x_{10}, x_{20} 随参数 β 变化的过程和 $\beta = 1.4$ 时平衡点 x_{10}, x_{20} 随参数 θ 变化的过程.

从以上分析可以得出,系统的稳定性随着参数的变化而变化,胎面只有在一定的参数下才发生自激振动,下面通过数值模拟来确定能引起胎面自激振动的参数范围.

图4 平衡点随 β 变化的过程Fig.4 Process of equilibrium points with the variation of β 图5 平衡点随 θ 变化的过程Fig.5 Process of equilibrium points with the variation of θ

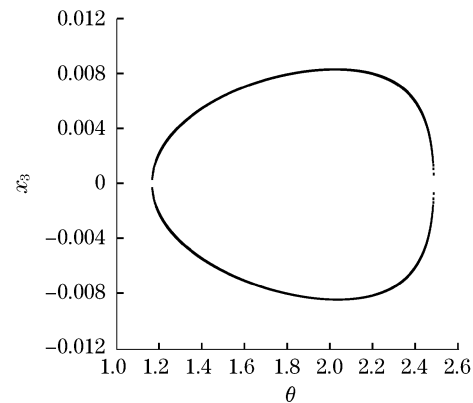
3 数值模拟

车辆的动态性能、定位参数、悬架和道路情况,以及轮胎的结构参数、形状参数、胎面形式和胎压等,都可以造成轮胎多边形磨损,在这些因素中,汽

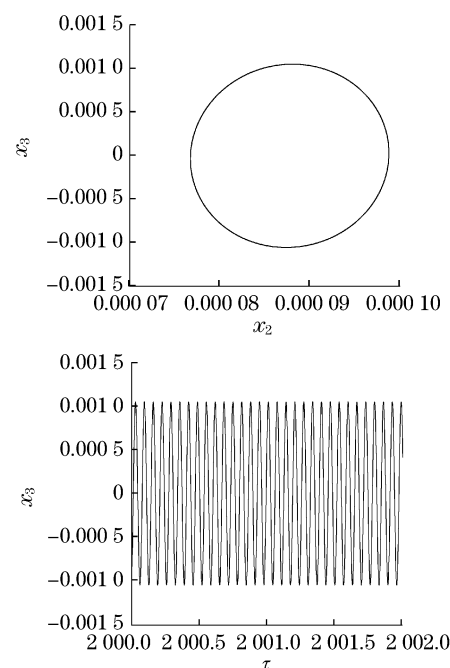
车行驶速度和轮胎前束角对轮胎磨损影响很大,因此分别以汽车行驶速度和轮胎前束角为分岔参数,探讨系统动力学行为的变化.

3.1 车速对系统动力学行为的影响

给定轮胎前束角为 $\theta = 0.3^\circ$,图6给出了系统随参数 β ,即随车速变化的分岔图.

图6 系统随 β 变化的分岔图Fig.6 Bifurcation diagram of the system with the variation of β

从分岔图可以看出,系统在 β 较小时处于稳定状态,表明车速较小时胎面不能产生自激振动.随着 β 的增大,即车速的增加,稳定的平衡点在 $\beta = 1.160$ 时失去稳定性,由Hopf分岔导致周期振荡(见图7),即胎面产生自激振动.对 x_3 的时间历程进行自功

图7 $\beta = 1.160$ 时系统的相图和时间历程图Fig.7 Phase map and the time histories diagram of system for $\beta = 1.160$

率谱分析,得到周期运动的振荡频率(见图8),根据 $\tau = t/T$,可计算出胎面的侧向振动频率大致为 241 Hz,根据轮胎多边形磨损的边数近似等于胎面的侧向振动频率与车轮转动频率之比,则可以得到在不同车速下轮胎多边形磨损的边数.随着 β 的进一步增大,系统在 $\beta = 2.482$ 时再次趋于稳定.

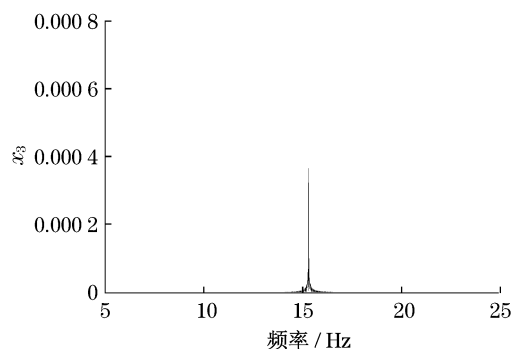


图8 周期运动的振荡频率

Fig.8 Vibration frequency of periodic motion

从以上分析可以得知,当轮胎前束角给定为 $\theta = 0.3^\circ$ 时, β 在 1.160~2.482 的范围内系统为周期运动,对照前文中量纲一化过程,则车速处于 83.52~178.70 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时胎面能产生自激振动,即可能导致轮胎多边形磨损.

3.2 轮胎前束角对系统动力学行为的影响

在轮胎的定位参数中,前束角是影响轮胎多边形磨损的一个重要因素,因此有必要分析轮胎前束角对系统动力学行为的影响.通过以往的研究发现,当汽车在高速公路上行驶时,轮胎发生多边形磨损的概率特别高,故设定 $\beta = 1.4$,即车速为 100.80 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$,图9给出了汽车高速行驶时系统随轮胎前束角 θ 变化的分岔图.

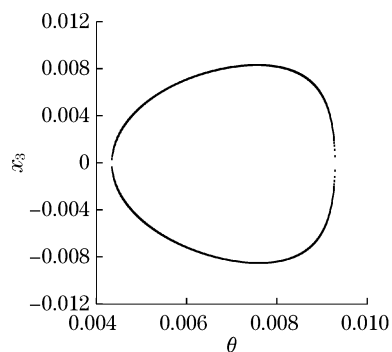


图9 系统随 θ 变化的分岔图

Fig.9 Bifurcation diagram of the system with the variation of θ

从图9可以得到,当轮胎前束角处于 0.004 35~

0.009 28(弧度)时胎面能产生自激振动,等效角度为 $0.249 2^\circ \sim 0.531 7^\circ$.在此参数范围内,胎面的侧向振动频率大致为 241 Hz,车速为 100.80 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$,对应的车轮转动频率为 14.1 Hz,由轮胎多边形磨损的边数近似等于胎面的振动频率与车轮转动频率之比可以得知,轮胎多边形磨损的边数为 17.由于其演化过程与图6类似,故不再累述.

4 结论

(1) 从轮胎与路面之间相互作用的机理出发,采用动态 LuGre 摩擦模型,并考虑轮胎定位参数的影响,建立了基于胎面侧向振动的轮胎多边形自激振动动力学模型,并对系统的稳定性进行了分析,指出轮胎的自激振动是一种由系统 Hopf 分岔引起的稳定周期振动现象.

(2) 基于自激振动理论,得出轮胎多边形磨损与胎面的侧向振动有关,轮胎多边形磨损的边数近似等于胎面的侧向振动频率与车轮转动频率之比,此观点能较好地解释轮胎多边形磨损现象.

(3) 通过仿真发现汽车在中高速的情况下容易出现自激振动,并得到了能够引起自激振动的车速和轮胎前束角范围,与现有的经验基本一致.

(4) 所建模型能够很好地解释轮胎多边形磨损的形成机理,为在汽车设计阶段就以减少轮胎磨损及避免自激振动为目的的轮胎和悬架参数设计提供了理论指导.

参考文献:

- [1] Fujijawa T, Uchiyama Y, Yamaguchi I. Tire model to predict tread wear[J]. Tire Science and Technology, 1999, 27(2): 106.
- [2] Fujijawa T, Yamazaki S, Uchiyama Y. Tire wear caused by mild slip of tread[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1997, 70(4): 572.
- [3] 黄海波, 彭为, 靳晓雄, 等. 复合式后悬架轮胎偏磨损动态仿真[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2006, 34(11): 1530. HUANG Haibo, PENG Wei, JIN Xiaoxiong, et al. Composite suspension tire uneven wear dynamic simulation [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2006, 34(11): 1530.
- [4] 李文辉, 魏宏, 吴光强. 轮胎磨损解析研究[J]. 汽车技术, 2002, 6: 13. LI Wenhui, WEI Hong, WU Guangqiang. Tire wear numerical study[J]. Automobile Technology, 2002, 6: 13.
- [5] Sueoka A, Ryu T, Kondou T, et al. Polygonal wear of automobile tire[J]. JSME, 1997, 40(2): 210.
- [6] Canudas D W C, Oolsson H, Astrom K J, et al. A new model for control of systems with friction [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(3): 419.