

地铁普通扣件钢轨波磨特性

雷震宇, 王志强, 李莉, 耿传智

(同济大学 铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804)

摘要: 通过分析上海某地铁线路上普通扣件轨道区段钢轨波磨实测数据, 得到该区段波磨的典型通过频率。然后建立三维实体有限元模型并进行模态分析, 发现实测波磨的典型通过频率均与轨道结构某几阶弯曲振型的频率相接近。最后基于摩擦功理论, 建立磨耗计算模型并进行仿真计算, 对波磨频率特征及发展特性进行分析研究。结果表明普通扣件轨道低频处峰值较大, 而且不同车速下峰值频率基本吻合。结合磨耗叠加图及1/3倍频程等级图, 可得相同速度下, 随着叠加次数的增加, 波磨波峰、波谷叠加位置相同, 特征频率相同; 不同速度下, 波磨的特征频率并未随速度的改变而发生改变, 体现了波磨固定位置和固定频率的特性。在车速 $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 和 $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 下, 波磨在 40 Hz 、 80 Hz 频带内发生的可能性较大; 而在车速 $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 下, 轨道上主要表现为均匀磨耗。同时车速对波磨的增长有一定影响, 速度越大, 总体磨耗量越大; 但磨耗的发展速度并不完全随车速的增大而增大。

关键词: 地铁; 普通扣件轨道; 钢轨波磨; 固定频率特性; 磨耗发展

中图分类号: U213.42

文献标志码: A

Rail Corrugation Characteristics of the Common Fastener Track in Metro

LEI Zhenyu, WANG Zhizhang, LI Li, GENG Chuanzhi

(Institute of Rail Transit, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The typical passing frequency of the corrugation was obtained by analysing the measured data of the rail corrugation of the common fastener track section on a metro line. Then, the three-dimensional solid finite element model was established and the modal analysis was carried out. It was found that the typical passing frequencies of the measured corrugation are close to the frequencies of some bending modes of the track structure. Finally, based on the theory of friction work, the wear calculation model was established and

the simulation was carried out. The frequency characteristics and development process of the corrugation were analysed and studied. The results showed that the peak value of the common fastener track at the low frequencies is relatively high, and the peak frequency is basically the same at different vehicle speeds. Combining the wear superposed graph and one-third octave diagram, it can be concluded that at the same speed, with the increase of the superposition number, the superposition position of the peak and valley of the corrugation is the same respectively, and the characteristic frequency is the same; and at different speeds, the characteristic frequencies of the corrugation do not change with the change of the speed, which reflects the characteristics of the fixed position and frequency of the corrugation. At the speed of $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ and $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, the corrugation is more likely to occur in the frequency band of 40 Hz and 80 Hz , while at the speed of $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, there is mainly uniformity wear on the rails. At the same time, the speed of the vehicle has a certain influence on the growth of the corrugation. The higher the speed, the greater the overall wear loss, but the development speed of the wear does not completely increase with the increase of the vehicle speed.

Key words: metro; common fastener track; rail corrugation; fixed frequency characteristics; wear development

钢轨波磨是钢轨在投入使用后, 随着运营时间的增加, 在钢轨表面出现的周期性波浪状磨损现象^[1]。波磨会大大增强轮轨相互作用力, 加速车辆和轨道各组成部件的损坏, 增加养护维修费用。钢轨波磨是一个世界性的难题, 这一现象得到国内外学者的广泛关注, 在试验和理论方面均进行了大量的研究工作。王平等^[2]建立了钢轨垂向/横向-轮对轴扭转耦合模型, 研究了轮对扭转振动对波磨的影响。刘涌涛等^[3]基于长期跟踪测试结果及动力学分析理论对磨耗成因及发展趋势进行了研究。戴春阳等^[4]基

收稿日期: 2019-01-15

基金项目: 国家自然科学基金(11772230, 51408434)

第一作者: 雷震宇(1970—), 女, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为轮轨关系. E-mail: leizhenyu@126.com

通信作者: 王志强(1993—), 男, 硕士生, 主要研究方向为轨道结构病害与防治. E-mail: 1733359@tongji.edu.cn

于有限元软件研究了钢轨磨耗的影响因素。张继业等^[5]研究了轮对相互作用对波磨的影响,建立了波磨产生和发展的预测模型。刘学毅等^[6]以磨耗功为参量对重载线路钢轨波磨进行了系统的研究。JIN等^[7]通过足尺试验台再现了钢轨短波波磨,研究发现再现的钢轨波磨通过频率与模拟轨道的试验台的共振频率相近,表明波磨形成与轨道结构特性相关。Grassie等^[8-9]综合了过往的波磨研究和工程实践,总结并完善了波磨的分类方法、特征、产生原因以及相应的治理措施。

随着城市轨道交通的迅速发展,钢轨波磨也越来越多地被发现,在直线段和曲线段上都有发生^[10]。现场调查发现,对于我国地铁大部分线路轨道采用的普通扣件轨道形式而言,钢轨波磨大部分出现在半径小于800 m的曲线段,波长大约100~250 mm,波磨通过频率为50~140 Hz;大半径曲线段和直线段部分区域也出现了30~40 mm的短波长波磨,对应的通过频率为400~800 Hz^[11]。出现在直线轨道或大半径曲线轨道上的波磨,通常被称作响轨波磨或Pinned-Pinned共振波磨,这类波磨的不平整度虽然较小,但波长较短,车轮前进过程中沿轨道锤击,且只与波磨峰接触,其影响的大小可以是静态车轮负荷的几倍,因此这种波磨与轨道结构尤其是轨枕和紧固部件的快速损坏密切相关。

本文首先对上海某地铁线路上普通扣件轨道区段实测波磨进行特征分析,然后建立有限元模型进行模态分析,研究轨道固有频率特性与实测波磨的相关性。最后基于摩擦功的材料摩擦磨损模型,运用UM多体动力学软件,建立波磨叠加计算模型,并使用该模型分析波磨的频率特征与发展特性。

1 实测波磨与轨道结构特性的相关性分析

1.1 实测波磨的特性分析

图1为上海某地铁隧道整体道床普通扣件(DTVI2)地段钢轨实测波磨曲线。该区段线路曲率半径为3 000 m,隧道穿越土层结构为淤泥质黏土,沉降量较大。运营车辆为地铁A型车。

对实测波磨数据进行傅里叶变换,得到图2所示波长不平顺等级的1/3倍频程图。波磨通常被认为是一种波长小于1 m的轨道不平顺^[9],故此处1/3倍频程波长上限取为1 m。图中显示的短波波磨特征波长有20.0 mm、31.5 mm、63.0 mm。该区段车

辆运行速度约为32 km·h⁻¹,频率 $f=v/\lambda$ (其中 v 为车速, λ 为波磨波长),则对应的通过频率分别为:444 Hz、282 Hz、141 Hz。

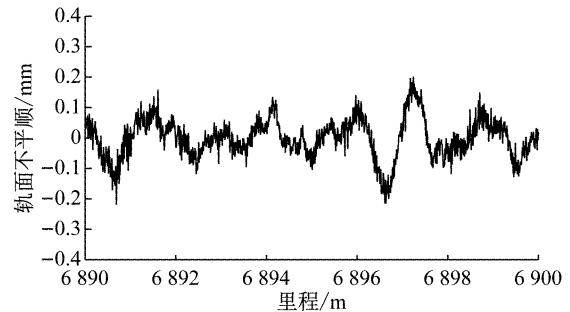


图1 普通扣件轨道区段实测波磨

Fig. 1 Measured corrugation of common fastener track section

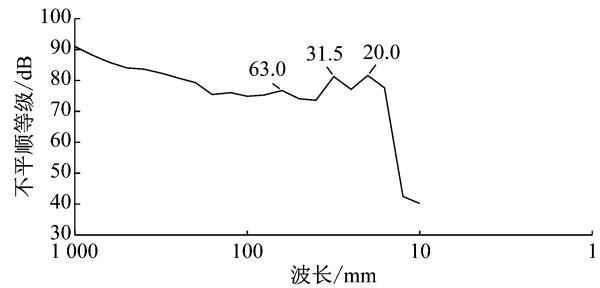


图2 不平顺等级1/3倍频程

Fig. 2 One-third octave of irregularity grade

1.2 轨道结构有限元模型与模态分析

为了确定轨道的固有频率是否可能激发或强化上述实测数据中特征频率对应的波磨波长,通过建立有限元模型并结合模态分析,对轨道结构固有频率和钢轨波磨波长的关系进行研究。

1.2.1 有限元模型

理论上,轨道上任一点受到的作用力的效果会传递到轨道系统的无穷远处。但在实际中,作用力的影响会随着距离的增加发生衰减,在超过某一范围后,该作用力的影响便可以忽略不计。对于移动荷载情形,较合适的轨道计算长度为100 m,当其大于100 m之后,计算结果几乎不受影响^[12]。

在保证工程精度和避免计算量过大的前提下,利用有限元软件ABAQUS建立了扣件间隔为0.625 m、轨道总长度为100 m的普通扣件(DTVI2)轨道结构的三维实体有限元模型,如图3所示。其中钢轨为60 kg·m⁻¹,轨道结构参数如表1所示^[13]。钢轨和轨道板采用三维实体单元模拟,扣件系统、道床板与地基的连接均采用弹簧和阻尼单元模拟。由于轨道结构的对称性,选取轨道结构一半进行计算分析,

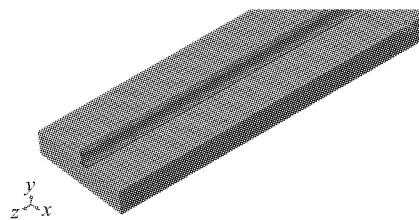


图3 普通扣件轨道有限元模型示意

Fig.3 The finite element model for common fastener track

即考虑一根钢轨和一半的道床板，并在道床板中心处设置对称约束，道床板断面尺寸为 $1350\text{ mm} \times$

300 mm .

1.2.2 模态分析

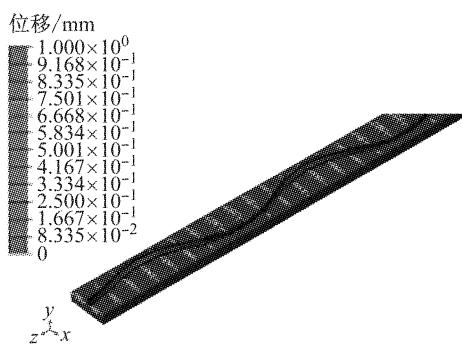
模态分析通常用于分析系统的固有频率属性。根据 Grassie^[9] 的理论，波磨通常具有固定频率特征，因此在分析波磨时，轨道结构的振动特性通常被认为是引起特定频率波磨的主要原因。

通过对上述模型进行模态分析，可以得到普通扣件轨道结构的固有频率及对应的各阶振型。结合实测部分得到的典型通过频率($141\text{ Hz}, 282\text{ Hz}, 444\text{ Hz}$)，与其接近的振型如图4所示。

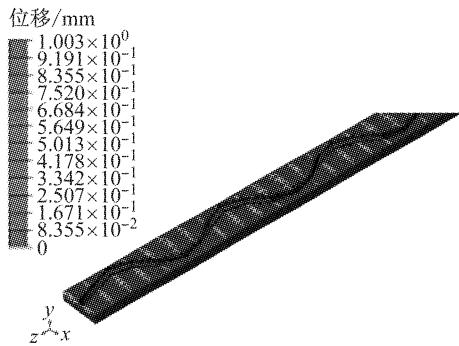
表1 普通扣件轨道结构参数

Tab.1 Common fastener track structure parameters

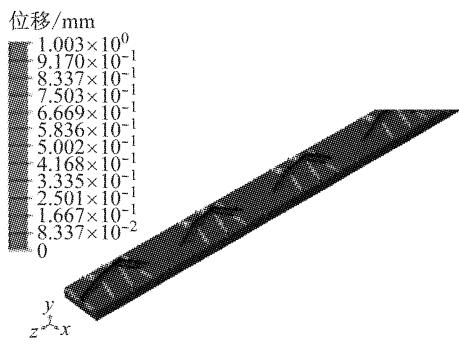
扣件刚度/(kN·mm ⁻¹)		扣件阻尼/(N·s·m ⁻¹)		道床板		地基		
垂向	横向	垂向	横向	弹性模量/Pa	泊松比	密度/(kg·m ⁻³)	支撑刚度/(N·m ⁻¹)	支撑阻尼/(N·S·m ⁻¹)
40.73	8.79	6 361.29	1 927.96	3.25×10^{10}	0.24	2 400	1.7×10^8	3.1×10^4



a 141.6 Hz 横向振动



b 284.5 Hz 横向振动



c 446.0 Hz 垂向振动

Fig.4 Mode diagram

通过将计算得到的实测波磨典型特征频率与轨道结构的模态分析结果进行对比可知： 141.6 Hz 、 284.5 Hz 的固有频率对应轨道结构在横向的弯曲振动频率，该频率与现场波磨通过频率 141 Hz 、 281 Hz 相近； 446.0 Hz 的固有频率对应轨道结构在垂向的弯曲振动频率，该频率与现场波磨通过频率 444 Hz 相近。分析认为轨道结构可能在该特定频率处发生共振，从而导致对应波长钢轨波磨的产生。

2 基于摩擦功理论的磨耗计算模型

2.1 车辆模型

由于研究对象为地铁线路上的波磨，故车辆模型采用地铁车辆的各项参数，参数取值如表2所示，模型示意图如图5所示。

2.2 轨道模型

为更准确地描述轨道特性，采用柔性轨道模型。钢轨模型采用考虑剪切变形的 Timoshenko 梁，其能较好地体现高频振动的影响，适用于研究钢轨波磨问题。扣件部分采用 Bushing 力元进行模拟。道床板部分通过有限元软件建立三维实体单元模型并导入到 UM 前处理中，作为动力学模型的一个子系统，道床板断面尺寸 $2700\text{ mm} \times 300\text{ mm}$ ，长度 60 m 。道床板与地基的连接以及道床板与钢轨的连接都是通过定义力元进行模拟，可以考虑 3 个方向上的刚度和阻尼，连接部分各参数取值同表 1。轨道模型示意图如图 6 所示。

2.3 轮轨接触模型

在 UM 软件中，当轨道模型为柔性轨道时，采用

表2 车辆参数

Tab.2 Vehicle parameters

质量/kg		转向架一系刚度/(N·m ⁻¹)			转向架一系垂向阻尼/(N·s)		转向架二系刚度/(N·m ⁻¹)		
构架	车体	垂向	横向	纵向	(N·s) · m ⁻¹	垂向	横向	纵向	
4 420	26 040	1.3×10^6	547 000	547 000	2 400	270 000	115 000	115 000	
转向架二系垂向阻尼/(N·s) · m ⁻¹		构架转动惯量/(kg·m ²)		车体转动惯量/(kg·m ²)		转向架轴距/m		车辆定距/m	
23 000		3 551	1 576	4 902	1.1×10^6	58 800	1.1×10^6	2.5	15.7

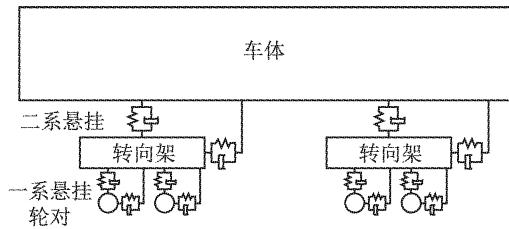


图5 车辆系统模型示意
Fig.5 Vehicle system model

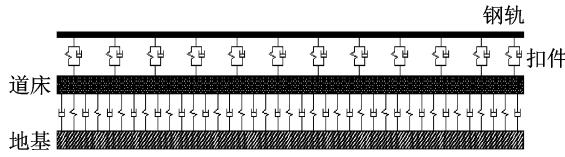


图6 普通扣件轨道模型示意
Fig.6 Common fastener track model

Kik-Piotrowski 接触模型进行仿真计算,该模型具有计算速度快、可靠性高的特点^[14].对于法向接触有如下公式:

$$N = \frac{\pi E \delta}{2(1-\mu^2)} \left(\int_{y_r}^{y_l} \int_{-x_l}^{x_l} \frac{\sqrt{x_l^2(y) - x^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy \right)^{-1} \cdot \int_{y_r}^{y_l} \int_{-x_l}^{x_l} \sqrt{x_l^2(y) - x^2} dx dy \quad (1)$$

$$p_0 = N \sqrt{2R\delta_0} \left(\int_{y_r}^{y_l} \int_{-x_l}^{x_l} \sqrt{x_l^2(y) - x^2} dx dy \right)^{-1} \quad (2)$$

式中:N 为法向力;E 为杨氏模量;δ 为轮轨之间的法向刚体穿透量;μ 为材料的泊松比;x_l(y) 为接触面积互穿区域的前后边缘的坐标, $x_l(y) \approx \sqrt{2Rg(y)}$,g(y) 为轮廓的互穿函数,R 为接触点处车轮滚动半径; p_0 为最大压应力; δ_0 为轮轨之间的虚拟穿透量.

对于切向接触,根据 FASTSIM 算法,从忽略接触区滑移的线性理论的主要假设出发,导出切向应力 $p(x,y)$ 分布的形式如下:

$$p_x(x,y) = \frac{1}{L} (x - x_l)(\nu_x - y\varphi) \quad (3)$$

$$p_y(x,y) = \frac{1}{L} \left[(x - x_l)\nu_y + \frac{1}{2} (x^2 - x_l^2)\varphi \right] \quad (4)$$

式中: ν_x, ν_y, φ 为纵向、横向和自旋蠕滑率;L 为接触区域的弹性参数值;根据切向应力可以计算纵横向蠕滑力 F_x, F_y .在接触区域对式(3)、(4)进行积分,可得蠕滑力公式如下:

$$F_x = \frac{1}{L} \int_{y_r}^{y_l} \int_{-x_l}^{x_l} p_x(x,y) dx dy = -\frac{4R}{L} \nu_x \int_{y_r}^{y_l} g(y) dy + \frac{4R}{3L} \varphi \int_{y_r}^{y_l} yg(y) dy \quad (5)$$

$$F_y = \frac{1}{L} \int_{y_r}^{y_l} \int_{-x_l}^{x_l} p_y(x,y) dx dy = -\frac{4R}{L} \nu_y \int_{y_r}^{y_l} g(y) dy - \frac{4\sqrt{2}}{3L} \varphi \int_{y_r}^{y_l} [Rg(y)]^{3/2} dy \quad (6)$$

除上述蠕滑力外,轮轨间也会产生一个绕 z 轴的力矩 M_z ,但是与由左右车轮的纵向蠕滑力的差所产生的旋转力矩相比非常小,故通常忽略不计.

2.4 基于摩擦功理论的磨耗计算模型

采用基于摩擦功理论的摩擦磨损计算模型计算钢轨表面磨耗,该模型能够考虑自旋效应对磨耗的影响.假定在较短的时间步长 Δt 内,摩擦功率保持不变,则摩擦功 W 计算公式如下:

$$W = P \Delta t \quad (7)$$

式中:P 为接触区域内的摩擦功率,为接触区域内各点上各个方向的蠕滑力与蠕滑率乘积的总和,如式(8)所示:

$$P = F_x \nu_x + F_y \nu_y + M_z \varphi \quad (8)$$

在 UM 软件中,仿真计算可以输出任意时刻接触区域内的摩擦功率,能够计算出相应时间步长内的摩擦功,进而计算出该时刻的总磨耗质量.

材料磨损方面应用 Archard 的磨损模型.在 x 位置处产生的磨耗总质量 Δm 可以表示为

$$\Delta m(x) = KW(x) \quad (9)$$

式中:K 为磨耗比例系数,取 1×10^{-9} kg · (N · m)⁻¹.故可计算得到该时刻对应位置的钢轨表面的磨耗深度 $d(x)$.

$$d(x) = \frac{\Delta m(x)}{A\rho} \quad (10)$$

式中:A 为接触区域面积;ρ 为钢轨材料的密度,取 $7 800$ kg · m⁻³.对于单节车厢,在轨道上某一特定位置 x_s 处有

$$D(x_s) = 4d(x_s) \quad (11)$$

式中:D(x_s) 为单次运行得到的 x_s 位置处的磨耗深度.将其作为不平顺加在钢轨表面上再次进行仿真

计算,即可得到前次磨耗影响下的下一次的磨耗量,重复该过程,即可得到多次运行下钢轨表面的叠加磨耗。

3 波磨发展特性

基于上述磨耗计算模型,使用 UM 软件进行波磨仿真计算,对波磨的频率特征和发展特性进行分析研究。

3.1 频率特征分析

在进行波磨分析时,采用通过频率来表明波磨的频域特征。由于单次磨耗量比初始不平顺量级小得多,因此,为研究磨耗的特性,在初始条件下设定不平顺为零,即排除初始不平顺的影响。图 7 为普通扣件轨道计算得到的磨耗量的频谱特征,其纵坐标

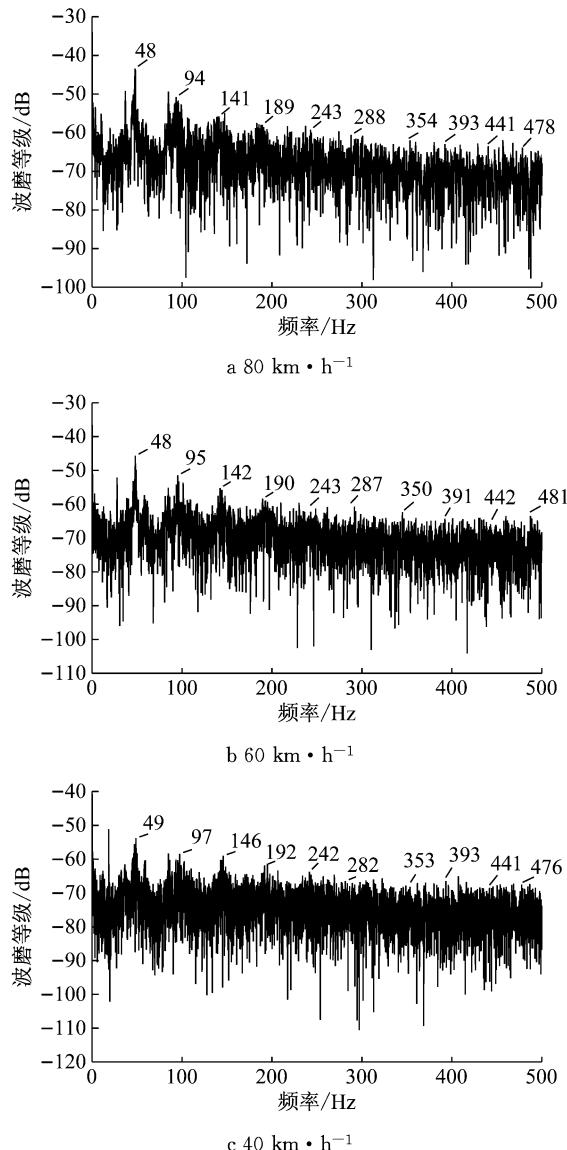


图 7 频谱特征
Fig. 7 Spectrum characteristics

转换为振级形式(均取左轨),分别是车速为 $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 、 $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 、 $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的计算结果。

将图 7 中标出的主要峰值频率汇总于表 3。对比分析可以得出,普通扣件轨道低频处峰值较大,而不同车速下峰值频率基本吻合,说明速度改变并未引起轨道特征频率发生改变,体现了波磨的固定频率特性。因此,在车速确定的情况下,可以得到波磨的显著波长范围。从现场照片(图 8)可见,波磨的光斑具有一定长度,因此在实际测量波长时,通常取值为两相邻光斑中心间距离,其值近似是一个平均波长的概念。

前文实测数据中计算得到的波磨典型通过频率 141 Hz 、 282 Hz 和 444 Hz ,与计算结果中的 146 Hz 、 282 Hz 和 441 Hz (车速 $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$)3 个峰值频率相接近,说明在实测的轨道中,这些通过频率对应的波磨最终产生并得到发展。

表 3 普通扣件轨道特征频率

Tab. 3 Characteristic frequency of common fastener track

	40 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	60 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	80 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$
49	49	48	48
97	97	95	94
146	146	142	141
192	192	190	189
242	242	243	243
282	282	287	288
353	353	350	354
393	393	391	393
441	441	442	441
476	476	481	478

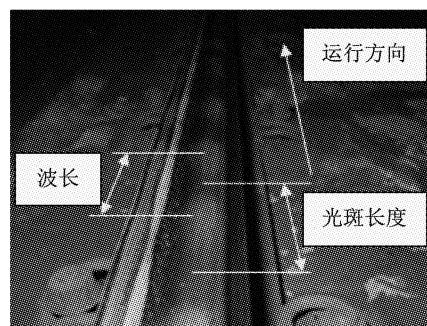
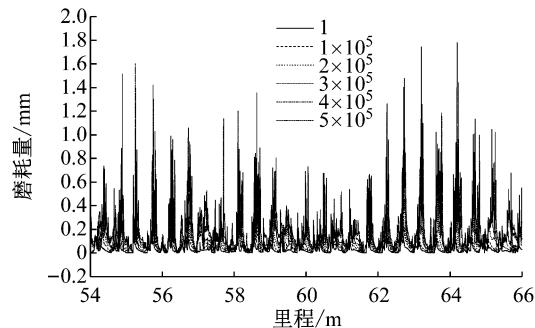
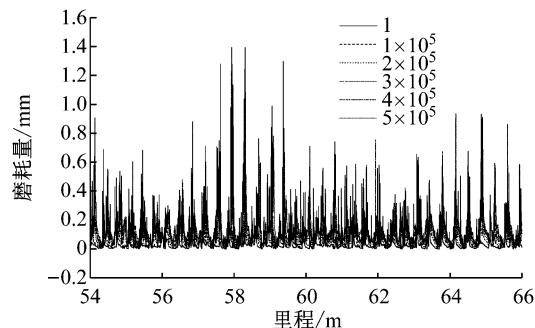
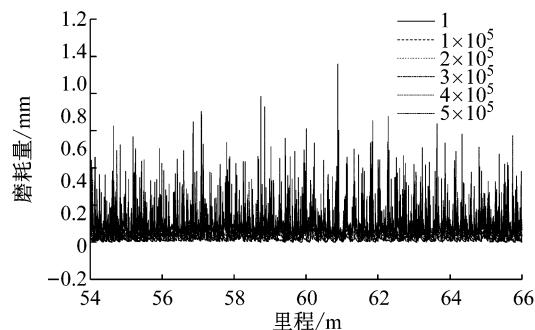


图 8 轨道表面波浪形磨耗
Fig. 8 Corrugation on track surface

3.2 发展特性分析

由于单次计算的磨耗量极小,在普通扣件轨道上以 100 000 次为一个量级,按照 8 列编组每日运行 260 次计算,达到该程度的波磨约需要 48 d。输出 5 个量级的叠加磨耗及其 $1/3$ 倍频程曲线如图 9 所示。其中图 9a、9b 为车速 $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 下的叠加过程,图 9c、9d 为车速 $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 下的叠加过程,图

9e、9f为车速 $40\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 下的叠加过程。曲线图对比可以得出,在相同速度下,随着叠加次数的增加,波磨波峰波谷会在轨道上固定位置叠加,同时波磨的主要通过频率会在 40 Hz 频带内产生,次要通过频率则产生在 80 Hz 频带内;在不同速度下,波磨的特征频率并未随速度的改变而发生改变。反映了波磨固定位置和固定频率的特性。由图9b、9d和9f可知

a $80\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时波磨叠加曲线c $60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时波磨叠加曲线e $40\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时波磨叠加曲线

见,在车速 $80\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 和 $60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 下, 40 Hz 、 80 Hz 频带内波磨等级明显高于中高频对应的波磨等级,说明波磨在该频率处发生的可能性较大;而在车速 $40\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 下,高频区域波磨等级相对较大,且变化平缓,说明在该车速下,轨道上主要表现为均匀磨耗。

图10为3种速度下主要频率 40 Hz 处的磨耗

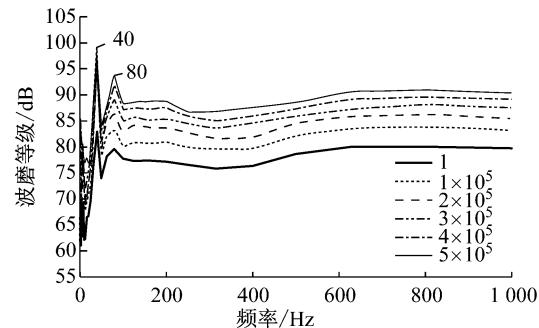
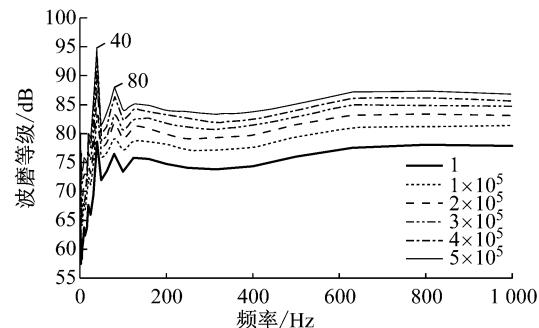
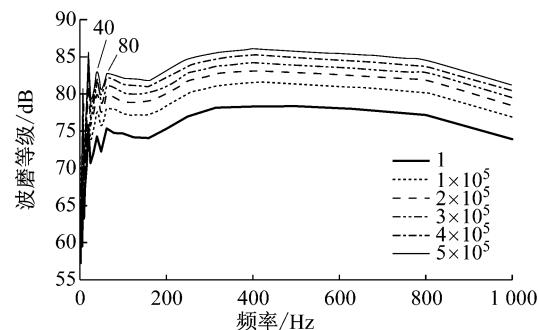
b $80\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时波磨等级 $1/3$ 倍频程d $60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时波磨等级 $1/3$ 倍频程f $40\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 时波磨等级 $1/3$ 倍频程

图9 波磨特征

Fig.9 Corrugation characteristic

量等级发展趋势对比图。在 $80\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 车速下,波磨等级从 82.9 dB 增加到 99.4 dB ,增量为 16.5 dB ;在 $60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 车速下,波磨等级从 78.6 dB 增加到 95.1 dB ,增量为 16.5 dB ;在 $40\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 车速下,波磨等级从 74.3 dB 增加到 83.1 dB ,增量为 8.8 dB 。

可以认为,车速对波磨的增长有一定影响,速度越大,总体磨耗量越大;但磨耗的发展速度不完全随车速增大而增大,在 $80\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 和 $60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 条件下,波磨发展速度基本相同, $40\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ 条件下则明显变小。

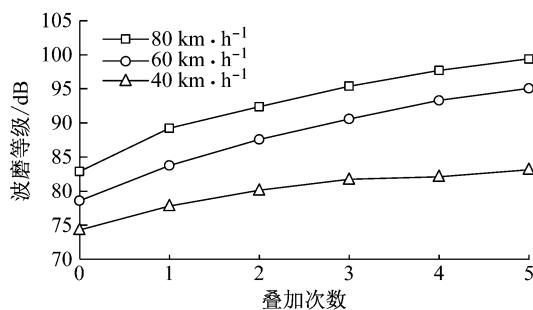


图 10 磨耗量等级对比

Fig. 10 The wear volume level comparison

4 结论

(1) 对上海某地铁线路上特定区段的钢轨波磨实测数据进行了分析,得到了普通扣件轨道区段的典型通过频率有 141 Hz、282 Hz、444 Hz。通过模态分析,发现实测波磨均存在与之频率相接近的轨道结构弯曲振型,列车运行可能激发了这些频率处的轨道结构共振,进而产生波磨。

(2) 基于磨耗计算模型进行仿真计算,研究了波磨的频率特征和发展特性。分析得到普通扣件轨道低频处峰值较大,而且不同车速下峰值频率基本吻合。通过对波磨叠加图及 1/3 倍频程等级图,可得相同速度下,随着叠加次数的增加,波磨波峰波谷叠加位置相同,特征频率相同;不同速度下,波磨的特征频率并未随速度的改变而发生改变;体现了波磨固定位置和固定频率的特性。同时在车速 80 km·h⁻¹ 和 60 km·h⁻¹ 下,波磨在 40 Hz、80 Hz 频带内发生的可能性较大;而在车速 40 km·h⁻¹ 下,轨道上主要表现为均匀磨耗。

(3) 通过对比 3 种速度下主要频率 40 Hz 处的磨耗量等级发展趋势可知,车速对波磨的增长有一定影响,速度越大,总体磨耗量越大,但磨耗的发展速度不完全随车速增大而增大。

参考文献:

- [1] 温泽峰. 钢轨波浪形磨损研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2006.
- WEN Zefeng. Study on rail corrugation [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2006.
- [2] 王平, 刘学毅, 万复光. 轮轴扭转振动与曲线地段钢轨波形磨耗 [J]. 西南交通大学学报, 1996, 31(1): 58.
- WANG Ping, LIU Xueyi, WAN Fuguang. Torsional vibration of wheelsets and curved rail corrugations [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1996, 31(1): 58.
- [3] 刘涌涛, 刘文涛. 广州地铁道岔群磨耗的成因研究及治理措施 [J]. 都市快轨交通, 2004, 17(4): 40.
- LIU Yongtao, LIU Wentao. The abrasion causes and treatments of the turnout group in Guangzhou metro [J]. Urban Rapid Rail Transit, 2004, 17(4): 40.
- [4] 戴春阳, 胡华锋, 高亮, 等. 地铁运营条件与线路参数对曲线钢轨磨耗的影响 [J]. 都市快轨交通, 2011, 24(5): 6.
- DAI Chunyang, HU Huafeng, GAO Liang, et al. Simulation study on metro operation and line parameters affecting rail wear on curves [J]. Urban Rapid Rail Transit, 2011, 24(5): 6.
- [5] 张继业, 金学松, 张卫华. 基于高频轮轨作用的波浪型磨损研究 [J]. 应用力学学报, 2004, 21(4): 6.
- ZHANG Jiye, JIN Xuesong, ZHANG Weihua. Rail corrugation at high frequency wheel-rail interaction [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(4): 6.
- [6] 刘学毅, 王平, 万复光. 重载线路钢轨波形磨耗成因研究 [J]. 铁道学报, 2000, 22(1): 98.
- LIU Xueyi, WANG Ping, WAN Fuguang. Formation mechanism of rail corrugations in heavy-haul rail line [J]. Journal of the China Railway Society, 2000, 22(1): 98.
- [7] JIN X, WEN Z. Rail corrugation formation studied with a full-scale test facility and numerical analysis [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2007, 221(6): 675.
- [8] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail corrugation: Characteristics, causes and treatments [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 1993, 207(1): 57.
- [9] GRASSIE S L. Rail corrugation: Characteristics, causes, and treatments [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2009, 223(6): 581.
- [10] 金学松, 李霞, 李伟, 等. 铁路钢轨波浪形磨损研究进展 [J]. 西南交通大学学报, 2016, 51(2): 264.
- JIN Xuesong, LI Xia, LI Wei, et al. Review of rail corrugation progress [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2016, 51(2): 264.
- [11] 李伟. 地铁钢轨波磨成因及其对车辆/轨道行为的影响 [D]. 成都: 西南交通大学, 2015.
- LI Wei. Study on root cause of metro rail corrugation and its influence on behaviour of vehicle-track system [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015.
- [12] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学 [M]. 4 版. 北京: 科学出版社, 2007.
- ZHAI Wanming. Vehicle-track coupled dynamics [M]. 4th ed. Beijing: Science Press, 2007.
- [13] 李霞. 地铁钢轨波磨形成机理研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
- LI Xia. Study on the mechanism of rail corrugation on subway track [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.
- [14] PIOTROWSKI J, KIK W. A simplified model of wheel/rail contact mechanics for non-Hertzian problems and its application in rail vehicle dynamic simulations [J]. Vehicle System Dynamics, 2008, 46(1/2): 27.